12 ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಸೃಜನಶೀಲ ಭಾಷೆ

ಸ್ನೇಹಾ ಟೈಟಸ್

ಪಿಯುಸಿ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯು, ಕಷ್ಟಕರವಾದ ಪಬ್ಲಿಕ್ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರೀಕೃತವಾದ ಒಂದು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಅಂದುಕೊಳ್ಳಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಕಲಿಯುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಎಲ್ಲರೂ 'ಇದು ನಿಮ್ಮ ವೃತ್ತಿ ಜೀವನವನ್ನು ಬೆಳೆಸಬಹುದು ಅಥವಾ ಹಾಳುಮಾಡಬಹುದು' ಎಂಬುದಾಗಿ ಹೇಳುವ ಮೂಲಕ ಅವರಲ್ಲಿ ಭಯದ ಬೀಜ ಬಿತ್ತಲು ಕಾರಣರಾಗಿರುತ್ತಾರೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಜೊತೆಯಾಗಿ ಐಎಸ್‌ಸಿ (ಇಂಡಿಯನ್ ಸ್ಕೂಲ್ ಸರ್ಟಿಫಿಕೇಟ್)ಯಲ್ಲಿಯ ಹೊರೆಯೆನಿಸುವ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಹಾಗೂ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆಯ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿಯ ಗಣಿತದಿಂದ ಭಿನ್ನವಾದ ಗಣಿತದ ಕಲಿಕೆ ಇವೆಲ್ಲವೂ ಸೇರಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ - 'ಜೀವನ'ವನ್ನು ಎದುರಿಸುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ತಯಾರು ಮಾಡುವ ಭರದಲ್ಲಿ ಸಂಶೋಧನಾತ್ಮಕ ಚಟುವಟಿಕೆ ಮತ್ತು ಸೃಜನಶೀಲತೆಯು ಎರಡನೇ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ಆದರೂ, ಸಂಶೋಧನಾತ್ಮಕ ಚಟುವಟಿಕೆ ಮತ್ತು ಸೃಜನಶೀಲತೆಯಿಲ್ಲದ ಹದಿಹರೆಯದ ಮಕ್ಕಳ ಜೀವನವನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಸಾಧ್ಯವೇ? ನಾವು ಕಲಿಸುತ್ತಿರುವ ವಿಷಯದ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಅವರು ಹೇಗೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ತಿಳಿಯುವುದು ಬೇಡವೇ? ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಅಭಿಪ್ರಾಯವನ್ನು ಇತರರು ತಿಳಿಯಬೇಕು ಎಂದು ಬಯಸುತ್ತಾರೆ ಆದರೆ ಈ ವಿಷಯದ ಸಂವಹನಕ್ಕೆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮಯ ನೀಡುವುದು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಮ್ಮ ಮನಸ್ಸಿನ ತುಮುಲಗಳನ್ನು ಭಾವನೆಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ವೇದಿಕೆಯಾಗಿ ಬರವಣಿಗೆಯನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ ಶೀಘ್ರವಾಗಿ ಅವರನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾನು ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದೇನೆ.

ಈ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ನಾನು ಮೊದಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಗಣಿತ ವಿಷಯದ ಕುರಿತು ಅವರ ಅನುಭವ ಹಾಗೂ ಭಾವನೆಯನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುವಂತೆ ಅದನ್ನು ಕುರಿತು ಒಂದು ಪ್ರಬಂಧವನ್ನು ಬರೆಯುವಂತೆ ಹೇಳುತ್ತೇನೆ. ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ನಾನು ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 2001ರಲ್ಲಿ ಬಿಡುಗಡೆಗೊಂಡ ಹಾಲಿವುಡ್ ಸಿನೆಮಾ 'ಎ ಬ್ಯೂಟಿಫುಲ್ ಮೈಂಡ್' ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿರಿಸಿಕೊಂಡು ಮಾತನಾಡುತ್ತಿದ್ದೆ. ಜಾನ್ ನ್ಯಾಶ್ 'There has to be a mathematical explanation for how bad that tie is' ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ, ಜಾನ್ ನ್ಯಾಶ್ ಹೇಳುವಂತೆ ಗಣಿತವು ತುಂಬಾ ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ ನಮ್ಮ ದಿನನಿತ್ಯದ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಹಾಸುಹೊಕ್ಕಾಗಿರುವ ಒಂದು ಭಾವನೆಯಂತಹದ್ದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಒಪ್ಪುತ್ತೀರಾ? ಅನಿರೀಕ್ಷಿತ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ಗಣಿತದೊಂದಿಗೆ ಮುಖಾಮುಖಿಯಾದ ಒಂದು ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಹೇಳುತ್ತೀರಾ? ಎಂದು ಕೇಳಿದೆ.

ಒಬ್ಬ ಮನೆಗೀಳು (ಹೋಮ್ ಸಿಕ್‌ನೆಸ್) ಹೊಂದಿರುವ ಅಲ್ಪಸಂಖ್ಯಾತ ಅಂತಾರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಅವನ ಭಾವನೆಗಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೊತೆ ಹೇಗೆ ಮಿಳಿತಗೊಂಡಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿ ಹೇಳಿದ. ಆ ಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಅವನ ಮಾತುಗಳು ಯಾವ ಆಪ್ತ ಸಮಾಲೋಚಕನೂ ಅವನಿಂದ ಹೇಳಿಸಲಾಗದಂತವಾಗಿದ್ದವು. ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ನಕಾರಾತ್ಮಕ ಭಾವನೆಯಿಂದಲೇ ನೋಡುತ್ತಾರೆ. ಅದನ್ನೊಂದು ಕೆಟ್ಟ ಮಾತ್ರೆಯಂತೆ ನೋಡುವ ಬದಲು 'ಅವರಿಗೆ ಒಳ್ಳೆಯದನ್ನುಂಟು ಮಾಡುವುದು' ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಪ್ಪಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕಾದುದು ಮುಖ್ಯವಾದುದಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಬರೆಯುವ ಕಲೆಯು ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಹತ್ವವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಗತಿಗಳಾದ ತಾರ್ಕಿಕ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ಸಮಂಜಸವಾಗಿ ವಾದವನ್ನು ಮಂಡಿಸುವ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸುತ್ತದೆ. ಈ ಉದ್ದೇಶವನ್ನಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಈ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ನಾನು ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಬೋಧಕರ ಜೊತೆಗೂಡಿ ಬರೆಯುವ ಕೌಶಲವನ್ನು ಉತ್ತಮಗೊಳಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪುನರ್‌ಸಂದರ್ಶಿಸಲು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತೇನೆ. ಹಾಗೆಯೇ ನಾವು ಆ ಬರಹಗಳಲ್ಲಿ ಬರವಣಿಗೆಯ ಕೌಶಲ ಹಾಗೂ ಗಣಿತದ ನಿಖರತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುತ್ತೇವೆ, ನಾನು ಬಳಸಿಕೊಂಡ ಒಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಯು ಘಾತೀಯ ಉತ್ಪನ್ನ e^x ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಚಟುವಟಿಕೆಯಾಗಿತ್ತು. ಇದು ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಗುಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಅಂದರೆ, ಈ ಉತ್ಪನ್ನದ ಜನ್ಯ (ಬದಲಾವಣೆಯ ದರ)ವು ಇದೇ ಉತ್ಪನ್ನಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದೆ. ಈ ಉತ್ಪನ್ನವು ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞ ಜಾಕೋಬ್ ಬರ್ನೌಲಿಯನ್ನು ತನ್ನದೇ ಸಮಾಧಿಲೇಖ "ದೌ ಚೇಂಜ್ಡ್, ಐ ಶಲ್ ಅರೈಸ್ ದಿ ಸೇಮ್ (ಉತ್ಪನ್ನದ ಲಘುಗಣಕ) ಅನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಪ್ರೇರೇಪಿಸಿತು. ಘಾತೀಯ ಉತ್ಪನ್ನ ಮತ್ತು ಅದರ ವಿಲೋಮವನ್ನು ನಾವು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿದನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು "ದೌ ಚೇಂಜ್ಡ್, ಐ ಶಲ್ ಅರೈಸ್ ದಿ ಸೇಮ್" ಎಂಬ ಉಕ್ತಿಯ ಮೇಲೆ ಪ್ರಬಂಧವನ್ನು ಬರೆದರು. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯಿಂದ ಸೃಜನಶೀಲತೆ, ಕ್ರಿಯಾಶೀಲತೆ, ವೈಯಕ್ತಿಕತೆ ಮತ್ತು ಬದಲಾವಣೆಯ ಸ್ವರೂಪದಲ್ಲಿಯ ಒಂದು. ಶಕ್ತಿಶಾಲಿ ತಿಳುವಳಿಕೆಯು ಬೆಳಕಿಗೆ ಬಂದಿತು - ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ನಿಷ್ಠುರತೆಯ ಜೊತೆಗೆ ನಾವು ಈ ಕೌಶಲಗಳನ್ನೂ ಬೆಳೆಸುವ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಖಂಡಿತವಾಗಿ ಇದೆ.

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಸೌಂದರ್ಯವನ್ನು ವರ್ಣಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಲ್ಪಡುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಶ್ರೇಣಿ ಸಹ ಒಂದು ಸುಂದರವಾದ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನೋಡುವ ಅವಕಾಶ ಇದ್ದರೂ ಕೂಡ, ಒತ್ತಡದಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮಗೆ ಕಾಣಿಸುತ್ತಿರುವ ಕೊನೆಯಿಲ್ಲದ ಸರಣಿಯನ್ನು ಪ್ರಶಂಸಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಸಮಯವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ, ಇದು ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ಕೂಡ ಅವರ ತಕ್ಷಣದ ಅನುಭವಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಒಂದು ಕ್ಲಿಷ್ಟಕರವಾದ ಚಟುವಟಿಕೆಯೆಂದರೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯಾಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು

ಮತ್ತು ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಅದಕ್ಕೆ ತಕ್ಕದಾದ ಒಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು. ಅದನ್ನು ಕೆಲವು ಅಂಕಗಣಿತ ಅಥವಾ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು, 11ನೆಯ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅಂಕಗಣಿತ ಅಥವಾ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂತರಗಳಲ್ಲಿ ಉತ್ತರವು ಅಡಕವಾಗಿರುವಂತೆ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊತ್ತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಶ್ರೇಣಿ 1+3+6+10+15+...... ಇದರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು 21 ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಊಹಿಸುತ್ತೀರಿ ಏಕೆಂದರೆ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಣ ಅಂತರವು 2, 3, 4, 5 ಮತ್ತು ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ. ಉತ್ಸಾಹಭರಿತ ಗಣಿತಗೀಳು ಹೊಂದಿದವ್ಯಕ್ತಿ ಶ್ರೇಣಿಯ ಟಿಣಃ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮತ್ತು nನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಆನಂದವನ್ನೂ ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ. ಆ ವಿಭಾಗಕ್ಕೆ ಹೊಸದಾಗಿ ಬಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕಠಿಣವಾದ ತತ್ವಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಕಲಿಸುವುದು ತುಂಬಾ ಕಷ್ಟಕರವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾನು ಈ ವಿಷಯವನ್ನು ಕಲಿಸಲು ಒಂದು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿದೆ. ಅದು ಡಿಸೆಂಬರ್ ಸಮಯವಾಗಿದ್ದರಿಂದ, ಕ್ರಿಸ್‌ಮಸ್ ಕ್ಯಾರಲ್ (ಸುತ್ತುಕುಣಿತ), 'ದಿ ಟ್ವೆಲ್ವ್ ಡೇಸ್ ಆಫ್ ಕ್ರಿಸ್‌ಮಸ್' (ಕ್ರಿಸ್‌ಮಸ್‌ನ ಹನ್ನೆರಡು ದಿನಗಳು ಕಿರುಗವಿತೆ) ಇದರ ಮೇಲೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಮಾದರಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುವಂತೆ ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿಗೆ ಕೇಳಿದೆ. ಇದರಿಂದ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸುಲಭ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು! n ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಗಳನ್ನು ಕೇಳುವ ಬದಲು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿಗೆ ಅವಳನ್ನು 'ನಿಜವಾಗಿ ಪ್ರೀತಿಸುವ' ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಅವಳಿಗೆ ಕಳಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಉಡುಗೊರೆಗಳು ಎಷ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು - ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸದೇ ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದೇ ಒಂದು ಸವಾಲಾಗಿತ್ತು.

ನಾನು ಬಳಸಿಕೊಂಡ ಪ್ರೇರಿಸುವ ಸರಣಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಯಾವುವೆಂದರೆ:

- ನೀನು ಪ್ರತಿ ದಿನ ಪಡೆದ ಉಡುಗೊರೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಬಲ್ಲೆಯಾ?
- ನೀನು ಕಲಿತ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ಶ್ರೇಣಿಗೆ ಈ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಸಂಬಂಧಿಸಬಲ್ಲೆಯಾ?
- ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದಿನದಂದು ಆ ಹುಡುಗಿ ಪಡೆದ ಉಡುಗೊರೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೇರ ಎಣಿಕೆ ಮಾಡದೆಯೇ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಸೂತ್ರ ಪಡೆಯಬಲ್ಲೆಯಾ? (ಕವಿತೆಯಲ್ಲಿರುವಂತೆ)
- ಹುಡುಗಿ ಪ್ರತಿದಿನ ಉಡುಗೊರೆಗಳ ಒಂದು ಹೊಸ ಸಂಗ್ರಹವನ್ನು, ಹಳೆಯ ಎಲ್ಲ ಸಂಗ್ರಹಗಳೂ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗುವಂತೆ ಪಡೆದರೆ, ಅವಳು ಪಡೆದ ಉಡುಗೊರೆಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು? (ಕವಿತೆಯಲ್ಲಿರುವಂತೆ)

ಅಂತಿಮವಾಗಿ ಸುಂದರವಾದ ಬುಲೆಟಿನ್ ಬೋರ್ಡ್ ಒಂದು ಸಣ್ಣಸಣ್ಣ ಉಡುಗೊರೆಗಳ ಪ್ರತಿಕೃತಿಯೊಂದಿಗೆ ಸಿಂಗಾರಗೊಂಡು ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡಿತು. ಈ ಎಲ್ಲ ಉಡುಗೊರೆಗಳಿಗಿಂತ ಇವುಗಳಿಂದ ಮೂಡಿಬಂದ ಮಾದರಿಯು ಅತ್ಯಂತ ಮಹತ್ವಪೂರ್ಣವಾದುದಾಗಿತ್ತು. ಆ ಮಾದರಿಯು ಆಕೆಗೆ ಖಿಟಿ (ಶ್ರೇಣಿಯ nthಸಂಖ್ಯೆ) ಮತ್ತು Sn (ಶ್ರೇಣಿಯ n ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ)ಗಳ ನಡುವಣ ಭಿನ್ನತೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಸೂತ್ರ Sn = 1/6 (n)(n+1) (n + 2) ಅನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಸಹಾಯವನ್ನು ಮಾಡಿತು. ಅಂತಿಮವಾಗಿ ಅವಳು ಪಡೆದುಕೊಂಡ ಉಡುಗೊರೆಗಳ ಒಟ್ಟೂ ಮೊತ್ತ 364 ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಳು. ಆಗ ಅದು ವರ್ಷದ ಪ್ರತಿದಿನವೂ ಕೂಡ (ಅವರ ಜನ್ಮದಿನವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ!) ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಉಡುಗೊರೆಗಳನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕೇ ಅಥವಾ ಕ್ರಿಸ್‌ಮಸ್‌ನ 12 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಈ ವಿಶೇಷ ಸತ್ಕಾರವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕೇ ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಬಿಸಿಬಿಸಿ ಚರ್ಚೆಗೆ ಕಾರಣವಾಯಿತು!

12ನೇ ಕ್ಲಾಸ್‌ನ ಕೊನೆಯ ವೇಳೆಗೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಾವು ಕಲಿತ ಎಲ್ಲ ಗಣಿತವನ್ನೂ ಅಂದರೆ ಉತ್ಪನ್ನಗಳು, ಚರಕಲನಶಾಸ್ತ್ರ ಮತ್ತು ಅನುಕಲನಶಾಸ್ತ್ರಗಳನ್ನು ಚರಕಲನ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಎಂಬ ಪರಿಚ್ಛೇದದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಅವರು ಇದನ್ನು ಕಳೆದ ಎರಡು ವರ್ಷಗಳ ಅವರ ಸತತ ಪ್ರಯತ್ನಗಳ ಚರಮ ಸ್ಥಿತಿ ಅಥವಾ ಸಮಾಪ್ತಿ ಎಂಬುದಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತಾರೆ, ಸತ್ಯಸಂಗತಿಯೆಂದರೆ ಅವರು ವಾಸ್ತವಿಕವಾಗಿ ಗಣಿತವನ್ನು ನಿಜವಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ತುಂಬಾ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ವಾಸ್ತವಿಕ ಜೀವನದ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಒಂದು ಗಣಿತೀಯ ಮಾದರಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಚರಕಲನ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ, (ರಕ್ತಸಿಕ್ತ ವಿಷಯೊಳಗೊಂಡ ವರದಿಫಲವನ್ನು ಒಮ್ಮೆ ಬಳಸಿದ ಪೂರ್ಣಪ್ರಯತ್ನ ಸೇರಿದಂತೆ) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನಾನು ಬಳಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೇನೆ. ಕೊಲೆಯ–ರಹಸ್ಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕಿಂತ ಇದು ಒಂದು ಕಣ್ಣು ತೆರೆಸುವ ವಿಷಯ.

ಒಂದು ದಿನ ಬೆಳಗಿನ ಜಾವ 3 ಘಂಟೆಯ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಕೊಲೆಯಾದ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ಶವವು ಇದ್ದ ಮನೆಗೆ ಪೋಲೀಸರನ್ನು ಕರೆಯಲಾಯಿತು. ಪೋಲೀಸ್ ಡಾಕ್ಟರ್‌ರು ಬೆಳಿಗ್ಗೆ 3.45 ಕ್ಕೆ ಬಂದರು ಮತ್ತು ಶವದ ದೇಹದ ತಾಪವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡರು, ಅದು 34. 5^0C ಇತ್ತು. ಒಂದು ಘಂಟೆಯನಂತರ, ಅವರು ಮತ್ತೆ ದೇಹದ ತಾಪವನ್ನು ಪಡೆದು–ಕೊಂಡರು ಮತ್ತು ಅದು 33. 9^0C ಇತ್ತು. ಕೋಣೆಯ ಉಷ್ಣಾಂಶವು ಸ್ಥಿರವಾಗಿ 15. 5^0C ಇತ್ತು.

ನ್ಯೂಟನ್‌ನ ಶೀತಗೊಳ್ಳುವಿಕೆಯ ನಿಯಮವು ಹೇಳುವುದೇನೆಂದರೆ ಒಂದು ದೇಹದ ತಣಿಯುವಿಕೆಯ (ಕೋಣೆಯ ತಾಪಕ್ಕೆ ಬರುವ) ಪ್ರಮಾಣವು ಅದರ ತಾಪ ಮತ್ತು ಅಲ್ಲಿ ಸುತ್ತುವರೆಯಲ್ಪಟ್ಟಿರುವ ಗಾಳಿಯ ಉಷ್ಣಾಂಶದ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ. ನ್ಯೂಟನ್‌ನ ಶೀತಗೊಳ್ಳುವಿಕೆಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ಸಾವಿಗೀಡಾದ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ಮರಣದ ಸಮಯವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿರಿ. (ಒಬ್ಬ ಮನುಷ್ಯನ ದೇಹದ ಸಾಮಾನ್ಯ ತಾಪ 37. 0^0 C ಇರುತ್ತದೆ).

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು MEI Standard Mathematics ನಿಂದ ಪಡೆಯಲಾಗಿದೆ.

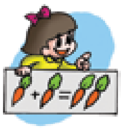
ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಬೇಕಾದ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನಗಳಾದ,

Clearly, the pre-requisites to solving this problem,

- ಒಂದು ಗಣಿತೀಯ ಮಾದರಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ನೀಡಿರುವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು.
- ಮಿತಿಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು.
- ಚರಕಲನ ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸಲ್ಪಟ್ಟ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು.
- ಒಂದು ಚರಕಲನ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಚರಾಂಶಗಳನ್ನು ಬೇರ್ಪಡಿಸುವಿಕೆಯ ವಿಧಾನದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿವಳಿಕೆ $\int 1/x\ dx$ and $\int 1/(x - a)\ dx$ನ ಅನುಕಲನದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿವಳಿಕೆ.
- ಅನುಪಾತಸ್ಥಿರ ಮತ್ತು ಅನುಕಲನಗಳ ಸ್ಥಿರಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವುದಕ್ಕೆ ಮಿತಿಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು.

ಇವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ, ಅಧ್ಯಾಯದ ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅಪರಿಚಿತರಾಗಿರುತ್ತಾರೆ. ಆದರೆ ಆಸಕ್ತಿಕರ ಸಂಗತಿಯೆಂದರೆ ಪ್ರತಿ ಅಧ್ಯಾಯದ ನಂತರ, ಅವರು ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದರ ಕಡೆಗೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಿಪವಾಗುವುದಕ್ಕೆ ಶಕ್ಯರಾಗುತ್ತಾರೆ. ಅಧ್ಯಾಯದ ಕೊನೆಯ ವೇಳೆಗೆ, ಮರಣದ ಸಮಯದ ಅಂದಾಜು ಎಲ್ಲರಿಗೂ ತಿಳಿದುಬರುತ್ತದೆ ಆದರೆ ಅದರ ಶ್ರೇಯವು ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸಂಪೂರ್ಣ ತರ್ಕವನ್ನು ಮತ್ತು ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಸಲ್ಲುತ್ತದೆ. ಇದರಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಮುಖ್ಯ ಅಂಶವೆಂದರೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದಕ್ಕೆ ಅವರು ಅತ್ಯಂತ ಕ್ಷುಲ್ಲಕ ಎಂದು ಅನಿಸಲ್ಪಡುವ ವಿವರಣೆಗಳಾದ ಅನುಕಲನದ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಒಂದು ಉತ್ಪನ್ನದ ಏರಿಕೆಯ ದರ ಮತ್ತು ಮರಣ ಸಮಯದ ಮೇಲೆ ಅದು ಬೀರುವ ಪ್ರಭಾವ ಇವುಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತಾರೆ, ಇದಕ್ಕೆ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರವು ಯಾವಾಗ ಸಮಯದ ಆಯ್ಕೆ $t = 0$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ, ಅಧೀನ ಮತ್ತು ಸ್ವತಂತ್ರ ಮತು ಅವಲಂಬಿತ ಚರಾಂಶಗಳ ಅರ್ಥ ಇತ್ಯಾದಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ. ಸಮಸ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಆಳವಾಗಿ ಯೋಚಿಸುವುದರ ಹೊರತಾಗಿ ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕಲಿಯುವಿಕೆಯ ವಿಧವನ್ನು ತಿಳಿಸಲಾರವು.

ಇತ್ತೀಚೆಗೆ ತಾಂತ್ರಿಕತೆಯಲ್ಲಿ ಬುದ್ಧಿವಂತಿಕೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಸಕ್ರಿಯ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ತಂತ್ರಗಾರಿಕೆಗಳು ಮತ್ತು ಗ್ರಾಫ್‌ನ ಸಾಪ್ಟ್‌ವೇರ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ತಮ್ಮ ಗಣಿತದ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ದೃಗ್ಗೋಚರ ಅಂಶವನ್ನು ತರುವುದಕ್ಕೆ ಸಮರ್ಥರಾಗುತ್ತಾರೆ. ಇವುಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಮ್ಮಷ್ಟಕ್ಕೇ ತಾವೇ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ಪ್ರೇರಿಸುವುದು ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ, ಸ್ವಂತವಾಗಿ, ಗಹನವಾದ ಪದಪುಂಜಗಳನ್ನೂ, (ಉದಾಹರಣೆಗೆ, n, ಅನಂತವನ್ನು ಸಮೀಪಿಸಿದಂತೆ) ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಸಹ ಸಹಾಯವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಅನುಮತಿಸುವಾಗ ಒದಗಿಸುವ ಕಾಲಾವಧಿಯ ಸರಿಯಾದ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಸಂಶೋಧನೆಯನ್ನು ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸುವಿಕೆಯ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಾಪಕನೂ ಕೂಡ ಕೆಲವು ರೀತಿಯ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಇಂತಹ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾದ ಸೂಚನೆಗಳಿಗೆ ಆಸ್ಪದವನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಬಹು ಆಯಾಮದ ಬುದ್ಧಿವಂತಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ತನ್ನ ಕ್ರಿಯಾಶೀಲತೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಸುಧಾರಣೆಯನ್ನು ತರುವುದಕ್ಕೆ ಒಬ್ಬ ಅಧ್ಯಾಪಕಿಗೆ ಇರುವ ಇದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಉತ್ತಮ ಚಟುವಟಿಕೆ ಯಾವುದಿದೆ?



ಸ್ನೇಹಾ ಟೈಟಸ್‌ಅವರು ಕಳೆದ 20 ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಗಣಿತದ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸಿದವರು. ಎಲ್ಲಾ ವರ್ಗದ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಗಣಿತದ ತರ್ಕ ಮತ್ತು ಪ್ರಸ್ತುತತೆಯನ್ನು ಮನದಟ್ಟು ಮಾಡಿಕೊಡಬೇಕೆಂಬುದು ಇವರ ಕಾರ್ಯೋದ್ದೇಶ. ಇದರ ಸಾಧನೆಗಾಗಿ ಈಗ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಂಜಿ ಪ್ರತಿಷ್ಠಾನದಲ್ಲಿ ಸಲಹೆಗಾರರಾಗಿ(ಕನ್ಸಲ್ಟೆಂಟ್) ಕೆಲಸಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಇವರು ಈ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕರನ್ನು ಸಜ್ಜುಗೊಳಿಸುವ ಹಾಗು ಅವರಿಗೆ ಪ್ರೇರಣೆ ನೀಡುವಂತಹ ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಬೋಧನಾ ಮಾಡ್ಯೂಲುಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಇವರು ಇತ್ತೀಚಿನ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನ, ಮಾಧ್ಯಮಗಳಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುವ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳು, ಆಟಗಳು, ಚತುರ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಕಥೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಆಳವಾದ ಕಲಿಕೆಗೆ ಉತ್ತೇಜನ ನೀಡುವಂತಹ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನದ ಅರ್ಥಪೂರ್ಣಬಳಕೆಯಲ್ಲಿ ಇವರಿಗೆ ತೀವ್ರಾಸಕ್ತಿ. ಇವರನ್ನು sneha.titus@azimpremjifoundation.org ನಲ್ಲಿ ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದು.