रिपोर्ट

गणित शिक्षण के रचनावादी नज़रिए

– विवेक सोनी

31 जुलाई 2016 को टीएलसी चिन्यालीसौड़ में एक बार फिर शिक्षकों के साथ मिल बैठने का अवसर बना। इस मौके पर हमने गणित शिक्षण के रचनावादी नजरिए पर बातचीत की। गणित विषय के बारे में सोचना शुरू करें तो एक अमूर्त विषय के रूप में इसे सदैव देखा जाता रहा है। विषय के स्वभाव में अमूर्तता होने के कारण हमें अमूमन यह कठिन लगता है। या फिर यह भी कहा जा सकता है कि शायद हमने गणित के उन पहलुओं को अभी जाना नहीं है जो इनका परिचय मूर्तता से करवाते हों। उन तरीकों को हमने खोजने का प्रयास न किया हो जिनसे इसे समझना और समझाना आसान होता हो। इसके अलावा बहुत सारी ऐसी भी विधियां मौजूद हैं जो हमें गणित विषय की प्रकृति में मौजूद अमूर्तता से मूर्तता की ओर ले जाती है। बस देर है तो उन विधियों, पद्धतियों और तरीकों तक पहुंचने की, उन्हें आत्मसात करने की और उन पर समझ बनाने की। गणित को रटने के बजाय रचनावादी नजरिये से देखने–समझने की जरूरत महसूस होती दिखायी पड़ती है। इस पढ़ने और पढ़ाने की प्रक्रियाओं को थोड़ा आसान बनाने और गणित शिक्षण में रचनावादी नजरिये को विकसित करने हेतु टीएलसी चिन्यालीसौड़ द्वारा गणित विषय पर अकादमिक चर्चा का आयोजन किया गया। इस चर्चा में गणित शिक्षण में ज्ञान निर्माण व सीखने की कुछ पद्धतियों पर मुख्य रूप से शिक्षकों से चर्चाएं हुई। इस अकादमिक चर्चा में 13 शिक्षकों व 4 अज़ीम प्रेमजी फाउंडेशन के सदस्यों के द्वारा प्रतिभाग किया गया।

सभी प्रतिभागियों का स्वागत किया गया। इस बैठक में कुछ शिक्षक पहली बार इस तरह की बातचीत में शामिल हुए, उनके परिचय के साथ बातचीत शुरू हुई। प्रत्येक रविवार को आयोजित की जाने वाली इस तरह की गतिविधियों के बारे में नये शिक्षकों को अवगत कराया गया। सन्दर्भदाता द्वारा इस प्रकार सत्र को आगे संचालित किया गया। दो केस स्टडी से शुरूआत की गई।

केस 1 – बातचीत की शुरूआत एक कक्षा के परिदृश्य पर चर्चा से हुई, जिसमें सीमा एक स्कूल की अध्यापिका है जो प्राथमिक कक्षाओं को पढ़ाती है। वह पूरी कक्षा से एक सुर में जोड़ के कथनों को बार–बार दोहराने को कहती है, जब पूछा गया कि वह ऐसा क्यों करती है? तो उसने बताया की इससे बच्चे जोड़ सीख जायेंगे।

केस 2 – रीमा भी एक स्कूल की अध्यापिका है। वह स्थानीय मान की अवधारणा पढ़ा रही है। इसके लिए बच्चों को मोतियों से खेलने का मौका देती है, वो इनकी माला बनाते हैं और फिर गतिविधि से सिखाने का प्रयास कर रहे हैं।

सीमा और रीमा जैसे हजारों शिक्षक बच्चों को गणित सिखाने के काम में लगे हुए हैं। पर आप यह काम कैसे करते हैं। यह कई बातों पर निर्भर करता है। इनमें से एक बात है, सीखने की प्रक्रिया के बारे में आपकी समझ। जाहिर है इसमें यह बात भी शामिल होगी कि आखिर बच्चे सीखते कैसे हैं और इसमें उस विषय की प्रकृति, विषयवस्तु और इस बारे में आपकी समझ सब शामिल है। इन सभी चीजों से मिलकर बनती है सीखने की समझ।

इसके पश्चात यह भी जानने की कोशिश की गई कि आखिर बच्चे सीखते कैसे हैं? और वे सीखने को किस रूप में समझते हैं? जिस पर शिक्षक साथियों की कुछ प्रतिक्रियाएं इस प्रकार थीं–

- अगर पूछे हुए प्रश्न का उत्तर ठीक से प्राप्त हो जाता है तो ये माना जा सकता है कि वो सीख गया है।
- बार–बार या फिर विशिष्ट अंतराल के बाद भी यदि बच्चा सही उत्तर दे रहा है वह सीख गया ऐसा मान सकते हैं।

प्रश्न यह भी था कि बारम्बार अभ्यास करने से सीखना कितना होता है? इसके लिए सीखने के मॉडल पर पहले बात करना जरूरी है और इस बात की पड़ताल करना भी कि उन मॉडलों की क्या सीमायें और समानतायें हैं।

अनुभव से सीखने के मॉडल पर चर्चा को आगे बढ़ाते हुए संदर्भदाता ने बताया कि कक्षा 5 के छात्र राहुल से जब मैं बात कर रहा था कि वह गणित के सवालों को कैसे हल करता है? उसका कहना था–

राहुल– मैं सवालों को हल करता हूं और उत्तरमाला भी नहीं देखता हूं।

मैं – तो फिर तुम कैसे सवालों को हल करते हो?

राहुल – दिमाग से करता हूं।

मैं – दिमाग से कैसे करते हैं?

राहुल – सोचकर

मैं – ये सोचना क्या होता है?

राहुल – याद करना

इसमें हम देख सकते हैं कि राहुल के मन में सोचने और याद करने के बीच, सीखने और रटने के बीच कोई फर्क नहीं है। इस प्रकार से सीखने की बात बैंकिंग माडल करता है।

चर्चा को आगे बढ़ाते हुए अब यह जानने की कोशिश की गयी कि आखिर बैंकिग मॉडल क्या होता है? जिसमें विस्तृत रूप से चर्चा के दौरान कुछ मुख्य बिन्दु निकल कर आये जैसे–

- पाओलो फ्रेरे ने सबसे पहले इसको सीखने का बैंकिंग मॉडल नाम दिया।
- इसमें बार–बार दोहराना, यादकर लेना, बारम्बार अभ्यास करना, उत्तर उगलने की क्षमता का पूरा प्रयोग होता है।

- पहाड़े, प्रमेय, प्रूफ रटना
- दिमागी बैंक में सूचनाओं को एकत्रित कर समय आने पर उसका उपयोग करना
- इस मॉडल के अनुसार अच्छे छात्र वह होते हैं जिनकी याददाश्त अच्छी होती है।
- अगर सही उत्तर मिल गया तो वह सीख गया और गलत मिला तो उसके उत्तर की पड़ताल के अवसर नहीं होते है

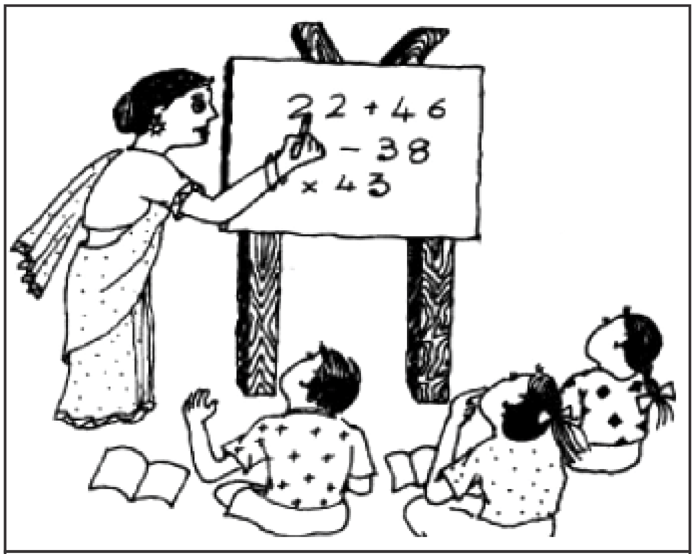
तत्पश्चात संदर्भदाता ने पूछा कि ''क्या आज के सन्दर्भ में बैकिंग मॉडल पर्याप्त है? और सीखने में याददाश्त का क्या योगदान है।''

इसके बाद इस समझ पर भी चर्चा हुई कि क्या बैंकिंग माडल इस बात की पूरी व्याख्या करता है कि गणित कैसे सीखते हैं? क्या यह मॉडल दिमाग में जानकारी व्यवस्थित व पुर्नव्यवस्थित करने की क्षमता की व्याख्या करता है?

इसके पश्चात सीखने के दूसरे मॉडल जिसे प्रोग्रामिंग मॉडल भी कहते हैं पर चर्चा हुई

प्रोगार्मिंग मॉडल–यानि टुकड़ों में सीखना

- एक साथ बोझ ना डालकर सिलसिलेवार या सोपानों में सीखना।



बैठकर सुनने के लगातार अभ्यास से बच्चे अच्छे श्रोता बन जाते हैं

- निर्देशों की एक श्रृंखला जिसे याद करके पालन करना होता है।
- बच्चों को रैखिक तरीके से सीखना, एक वक्त में एक ही तरीके या विधि से सवालों को हल कर पाना, ताकि वह उलझन में न पड़े।
- कार्य को छोटे–छोटे चरणों या उपचरणों में बांट कर एक कार्य को उत्प्रेरक के रूप में बनाया जा सकता है।
- गणित में एक ही विधि से हल होने वाले सवालों को हल करना, मिले–जुले सवालों को देखकर चक्कर में पड़ जाना

इस मॉडल के अनुसार सीखने का मतलब है, निर्देशों का याद करके पालन करना। इसमें माना जाता है कि सीखना टुकड़ों में होता है यानि थोड़ा–थोड़ा करके। इसमें यह भी माना जाता है कि सभी बच्चे एक ही ढ़ंग से सीखते हैं। अलबत्ता हो सकता है कि सीखने की गति अलग–अलग हो। आखिर दोनों मॉडल में क्या समानतायें हैं, इस चर्चा को आगे बढ़ाते हुए संदर्भदाता ने बैंकिंग और प्रोग्रामैटिक मॉडल में समानताओं को रखा –

बैंकिंग और प्रोग्रामिटिक मॉडल में समानतायें

- दोनों ही मॉडल विचार के बनने की प्रक्रिया पर फोकस नहीं करते
- नयी जानकारी को समझने और व्यवस्थित करने की क्षमता को ये दोनों ही मॉडल नहीं समझते
- ये दोनों मॉडल, अनुमान लगाना, तर्क करना, परिकल्पना करना जैसे कौशलों को महत्व नहीं देते हैं।
- शिक्षक द्वारा पूछी गयी जानकारी में गलती करने पर दंड की तथा सही करने पर इनाम की व्यवस्था रहती है।

- दोनों ही मॉडल में यह नहीं माना जाता है कि गलतियां भी सक्रिय दिमाग का परिणाम है।

आगे बढ़ते हुए सीखने के तीसरे मॉडल जिसे रचनावादी माडल कहा जाता है पर खुलकर विचार–विमर्श हुआ।

सीखना या समझ का निर्माण : रचनावादी मॉडल

- 1920 के लगभग पियाजे ने यह समझ बनाई कि बच्चों द्वारा की गयी गलतियां हमें बताती हैं कि वे कैसे सोचते हैं और वो गलतियां उनकी गणितीय सोच में झांकने का एक उम्दा झरोखा हैं।
- सीखने का यह नजरिया जो सीखने वाले को सीखने की प्रक्रिया में एक सक्रियकर्ता मानता है रचनावादी मॉडल कहलाता है।
- इसमें बच्चे अपने आसपास की दुनिया और लोगों के साथ संपर्क बना कर अपनी समझ का निर्माण करते हैं। इसमें बच्चे विभिन्न पहलुओं पर सोचने को प्रेरित होते हैं।
- कुछ न कुछ सीखना जारी रहता है, वह व्यर्थ नहीं जाता है, वह चाहे प्रमेय हो या पैटर्न की पड़ताल करना हो।

इसके बाद संदर्भदाता द्वारा यह जानने की भी कोशिश की गयी कि एक शिक्षक होने के नाते हमारे व्यवहार में रचनावाद का क्या अर्थ है? फिर ऐसे समझें कि बच्चे अपने मन में किसी अवधारणा की तस्वीर कैसे बनाते हैं?

मसलन, कि वह जोड़ना सीख रहे हैं तो हम उनके सामने कुछ बीजों की छोटी–छोटी ढेरियां रख देते है और उनसे पूछते हैं कि इन ढेरियों में कुल कितनी चीजे हैं? तो वे सभी ढेरियों की बीजों को गिनकर जोड़ेंगे और इसी गतिविधि को हम अलग–अलग चीजों की ढेरियों को गिनाकर दोहरा सकते हैं, इस तरह वे अपनी जोड़ की समझ बनाते हैं। पियाजे ने इस को scheme या schema कहा और यह बताया कि हर बच्चे की अपनी scheme होता है।

इसके लिये विचारों के बनने के दौरान कुछ बातों पर चर्चा की गयी जिसमें

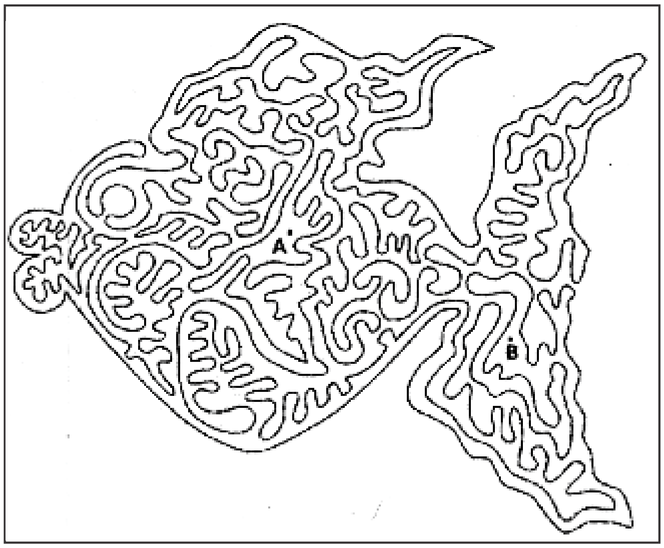
- Assimilation (सम्मिलन)
- Accommodation (समायोजन)
- Elaboration (विस्तार)

शामिल थे जिसको इस तरह से समझा गया

- Assimilation (सम्मिलन)– वह विचार की प्रक्रिया जिनसे एक scheme को नयी चीजों पर लागू किया जाता है
- Accommodation (समायोजन) – वे विचार जिनके जरिये नयी चीजों पर किसी scheme को लागू करने के फलस्वरूप स्कीमा में परिवर्तन होता है
- Elaboration (विस्तार) – समायोजन के परिणामस्वरूप स्कीमा का विस्तार

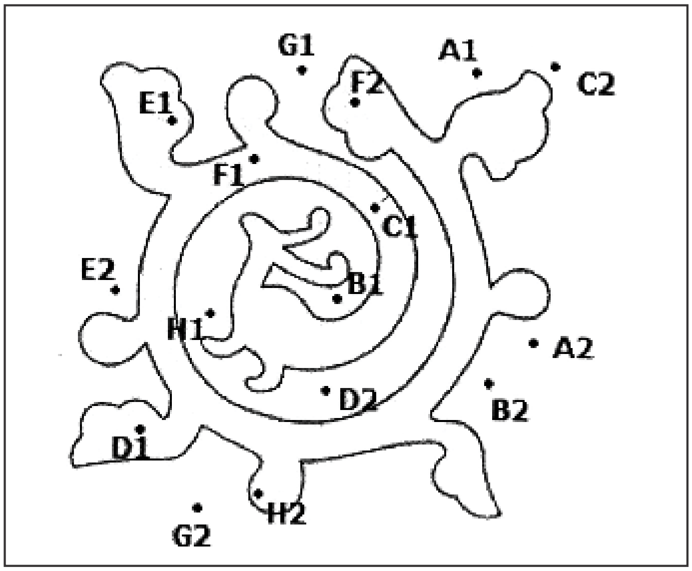
इसके बाद एक वर्कशीट के माध्यम से गणित में रचनात्मकता को समझने का प्रयास किया गया, जिसमें गणित में मूर्त से अमूर्त चिंतन तथा अवधारणात्मक और प्रक्रियात्मक समझ को कैसे विकसित किया जाता है, बिन्दुओं का उल्लेख था।

प्रोजेक्टर की सहायता से निम्न चित्र दिखाते हुए प्रश्न रखा गया कि– ''इस बंद आकृति में बिंदु A व बिंदु B आकृति के अंदर हैं या बाहर''?



जवाब के रूप में कुछ साथियों के द्वारा बिंदु A को अंदर व B को बाहर बताया गया। लेकिन साथियों को यह बताने में कठिनाई हो रही थी कि वे किस आधार पर बिंदुओं को अंदर या बाहर कर पा रहे हैं।

कुछ देर रुकने के बाद जब साथियों की ओर से कोई जवाब नहीं आया तब सुगमकर्ता के द्वारा निम्न सरल चित्र देकर बंद आकृति के सापेक्ष बिंदुओं की स्थिति मालूम करने को कहा



गया। हालांकि यह सरल चित्र था जिसमें देखकर ही बताया जा सकता था कि कौन सा बिंदु इस बंद आकृति के अंदर है और कौन सा बिंदु बाहर। अतः सुगमकर्ता के द्वारा निर्देश दिया गया कि पहले व्यक्तिगत तौर पर रेखाखण्ड की सहायता से बिंदुओं (A1 से A2, B1 से B2.........) को मिलाइये। इसके पश्चात समूह में चर्चा कीजिए कि क्या हमको कोई पैटर्न दिख रहा है जिसके आधार पर हम बिंदुओं की स्थिति बता पा रहे हैं।

समूह कार्य के पश्चात एक समूह के द्वारा चर्चाओं का प्रस्तुतिकरण किया गया, जिसमें कहा गया कि–

A1–A2 को रेखाखण्ड से जोड़ने पर 4 कटान बिंदु प्राप्त हुए।

B1–B2 को रेखाखण्ड से जोड़ने पर 4 कटान बिंदु प्राप्त हुए।

F1 को जोड़ने पर 2 और G1- G2 को जोड़ने पर 6 कटान बिंदु प्राप्त हुए। अर्थात सभी कटान बिंदु सम संख्या के रूप में हैं और सभी बिंदु या तो बाहर हैं या फिर अंदर है।

इसी प्रकार C1-C2, D1-D2, E1-E2, H1-H2 को जोड़ने पर क्रमशः 3, 1, 1, 5 कटान बिंदु प्राप्त होते हैं और यह सभी विषम संख्याएं हैं। इन सभी स्थितियों में पाया गया कि एक बिंदु अंदर है तो दूसरा बिंदु बाहर है। अन्य सभी समूहों में भी इसी प्रकार की चर्चा की गई थी इसलिए अन्य किसी समूह के प्रस्तुतिकरण की जरूरत नहीं पड़ी।

समूह प्रस्तुतिकरण के बाद सुगमकर्ता के द्वारा प्रश्न रखा गया कि ''प्राप्त पैटर्न के आधार पर क्या कोई कथन या नियम बना सकते हैं जो सभी बंद आकृतियों में लागू हो?''

जवाब के रूप में कुछ साथियों के द्वारा कहा गया कि कटान बिंदुओं की संख्या के आधार पर बिंदुओं की स्थिति बतायी जा सकती है।

सत्र को समाप्ति की ओर बढ़ाते हुए इस पूरी बातचीत को इस तरह से समझाने का प्रयास किया गया कि–

- सीखने और सिखाने की प्रक्रिया केवल पाठ्यपुस्तक पर निर्भर न रह कर, बच्चों को खुद करने के मौके देने चाहिए ताकि वे अपने ज्ञान का निर्माण स्वयं कर सकें, पाठ्यपुस्तक तो सिर्फ माध्यम है।
- मूल्यांकन की ऐसी विधियों को विकसित करना जो सीखने को बढ़ावा दें और इनसे पाठ्यक्रम के विकास व नियोजन के लिए फीडबैक प्राप्त हो।
- शिक्षक की भूमिका ज्ञाता के रूप में नहीं अपितु मार्गदर्शक की हो।
- खोजबीन की भावना को प्रोत्साहित करना।
- गणित में पैटर्न खोजना और व्यापकीकरण को प्रोत्साहित करना।
- ये भी आकलन करना कि क्या, कितना और कैसे सीखा जा रहा है?

(लेखक अज़ीम प्रेमजी फाउंडेशन से जुड़े हैं)

बूझो तो...

दिए गए चित्र में एक आयत में 10 वृत्त बने हैं। इन वृत्तों में 1 से 10 तक की संख्याएं इस प्रकार भरिये कि आयत की हर भुजा के वृत्तों के अंकों का योग 18 आये?